

## Kontrollskrivning 1 - 2015

### Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer

Kurskod: TNIU22  
Examination: KTR1  
Max: 12 p  
Bonus 2 p: Vid resultat 8–12 p  
Bonus 1 p: Vid resultat 5–7 p  
Bonus 0 p: Vid resultat 0–4 p  
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Inga utöver skrivdon, linjaler och passare  
Skrivtid: 2015-11-23, 08:00–10:00  
Jour: Peter Holgersson 0705-199992

---

1. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2x})$$

3 p

Ledning: Förlängning med konjugatet och utbrytning av faktorn  $|x| = -x$  då  $x \rightarrow -\infty$   
ger svaret  $\frac{1}{2}$

2. Bestäm  $a$  och  $b$  så att  $f(x)$  blir en kontinuerlig funktion för alla reella tal:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 - 10x}{x^2 - 5x} & \text{för } x \neq 0 \text{ och } x \neq 5 \\ a & \text{för } x = 0 \\ b & \text{för } x = 5 \end{cases}$$

3 p

Ledning: Faktorisering och gränsvärden för  $x \rightarrow a$  och  $x \rightarrow b$  ger  $a = 2$  och  $b = 7$

3. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^{6x} - 1) \sin x^2}{x \arctan 4x \ln(1 + 3x)}$$

3 p

Ledning: Standardgränsvärden ger svaret  $\frac{1}{2}$

4. Skissa kurvor och para ihop funktion med korrekt påstående:

- |    |  |      |  |
|----|--|------|--|
| a) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 3 & , 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$ | i)   | Funktionen är diskontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.      |
| b) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ | ii)  | Funktionen är diskontinuerlig, är strängt monoton och har kontinuerlig invers. |
| c) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 3 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$    | iii) | Funktionen är kontinuerlig, strängt monoton och har kontinuerlig invers.       |
| d) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 4 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$    | iv)  | Funktionen är kontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.         |
| e) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 3 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$    | v)   | Funktionen är kontinuerlig, är strängt monoton och har diskontinuerlig invers. |

3 p

Svar: a = iii, b = iv, c = v, d = i och e = ii