

## Kontrollskrivning – 2018

### *Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer*

Kurskod: TNIU22  
Examination: KTR1  
Max: 12 p  
Bonus 2 p: Vid resultat 8–12 p  
Bonus 1 p: Vid resultat 5–7 p  
Bonus 0 p: Vid resultat 0–4 p  
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, passare, kurvmall  
Skrivtid: 2018-11-28 kl. 14:00–16:00

---

1. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x^2}{(e^{2x} - 1) \arctan 3x}$$

3 p

*Ledning: Standardgränsvärden ger gränsvärdet 0*

2. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1}}{3x} = [\infty - \infty]$$

3 p

*Ledning: Det är ett gränsvärdesproblem av typen  $\left[\frac{\infty - \infty}{\infty}\right]$ .*

*Utbrytning av  $\sqrt{x^2} = |x| = -x$  ger efter förkortning  
gränsvärdet  $-\frac{2}{3}$*

3. Para ihop funktion med korrekt påstående:

- |    |   |      |  |
|----|---|------|--|
| a) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 7 < x \leq 9 \end{cases}$     | i)   | Funktionen är diskontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.      |
| b) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$  | ii)  | Funktionen är diskontinuerlig, är strängt monoton och har kontinuerlig invers. |
| c) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 8 \leq x \leq 10 \end{cases}$ | iii) | Funktionen är kontinuerlig, strängt monoton och har kontinuerlig invers.       |
| d) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 0 \leq x < 2 \end{cases}$     | iv)  | Funktionen är kontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.         |
| e) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 4 < x \leq 6 \end{cases}$     | v)   | Funktionen är kontinuerlig, är strängt monoton och har diskontinuerlig invers. |

3 p

*Ledning: Resonemang utifrån skissade grafer ger svaren  
A=v, b=iv, c=iii, d=ii och e=i*

4. Lös olikheten

$$\ln(4x - x^2) \leq \ln x$$

3 p

*Ledning: Viktigt är att studera de tillåtna x-värdena för VL och HL.  
Teckenstudium av erhållen andragradsolikhet ger svaret  $x \in [3, 4[$*