

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Ordinarie tentamen för kursen HT 2012*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN1  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I–III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I–III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR1–KTR3  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, passare eller cirkelmall  
Skrivtid: 2012-10-24, kl. 08:00–13:00

---

### *Del I*

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|18 - 3x| = 6$$

Svar:  $x = 4$  eller  $x = 8$

- b) Lös olikheten

$$x^2 + 10x + 7 > 0$$

Svar:  $x > -5 + \sqrt{18}$  eller  $x < -5 - \sqrt{18}$  (gärna  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ )

- c) Partialbråksuppdelning

$$\frac{10x + 6}{x^2 - 2x}$$

Svar:  $-\frac{3}{x} + \frac{13}{x-2}$

2. Lös olikheten

$$|x - 3| + 2 \geq |5 - x|$$

Svar:  $x \in \mathbb{R}$  (alltså alla reella  $x$ -värden duger)

### *Del II*

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a)  $\ln x^2 = \ln 36 - 2 \ln 3$

Svar:  $x = \pm 2$

b)  $\sin x = \sin 2x$

Svar:  $x =$  eller  $x = \pm \frac{\pi}{3} + n2\pi$  då  $n \in \mathbb{Z}$

c)  $\tan^2 x - 2 \tan x + 1 = 0$

Svar:  $= \frac{\pi}{4} + n\pi$  då  $n \in \mathbb{Z}$

4. Låt  $y = f(x) = 9 - x^2$  för  $x \in ]-\infty, 0]$

Bestäm inversen  $y = f^{-1}(x)$  med tillhörande definitionsmängd och värdemängd samt skissa grafer till  $f(x)$  och  $f^{-1}(x)$  i samma koordinatsystem

Svar:  $f^{-1}(x) = -\sqrt{9-x}$  med  $D_{f^{-1}} = ]-\infty, 9]$  och  $V_{f^{-1}} = ]-\infty, 0]$  samt korrekt skissade grafer

### Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$iz^2 + 16 = 0$$

Svar:  $z = \pm\sqrt{8} \pm \sqrt{8}$  (gärna  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ )

- b) Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$z^2 + (6 + 4i)z - 20 + 12i = 0$$

Svar:  $z = -3 - 2i \pm 5$

- c) Förenkla uttrycket så långt som möjligt

$$\left(\frac{e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2i}\right)^2$$

Svar: Eulers formler ger  $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} = 1$

6. Lös ekvationen  $z^4 - 4z^3 + 12z^2 - 16z + 32 = 0$

Svar:  $z = 2 \pm 2$  eller  $z = \pm 2i$