

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Ordinarie tentamen för kursen HT 2015*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN1  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I–III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I–III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR1–KTR3  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Inga  
Skrivtid: 2015-10-26, kl 08:00–13:00  
Jour: Peter Holgersson, 0705-199992

---

### *Del I*

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|x + 1| - 2|x - 2| = 0$$

Svar:  $x = 1$  eller  $x = 5$

- b) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 3x + y - z = 5 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases}$$

Svar:  $x=2, y=3$  och  $z=4$

- c) Lös ekvationen

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = 0$$

Svar:  $x = -3, x = -2, x = -1$  eller  $x = 1$

**3 p**

2. Lös olikheten

$$x + 2 \geq \frac{x + 6}{x + 3}$$

Svar:  $-4 \leq x < -3$  eller  $x \geq 0$

3 p

### Del II

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a)  $\sin x = \sin 2x$

Svar:  $x = n\pi$  eller  $x = \pm \frac{\pi}{3} + n2\pi, x \in \mathbb{Z}$

b)  $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

Svar:  $x = 0$  (dubbelrot)

c)  $(\ln x - 1) \ln(x - 1) = 0$

Svar:  $x = e$  eller  $x = 2$

3 p

4. Låt  $y = f(x) = \sqrt[3]{x - 4}$ .

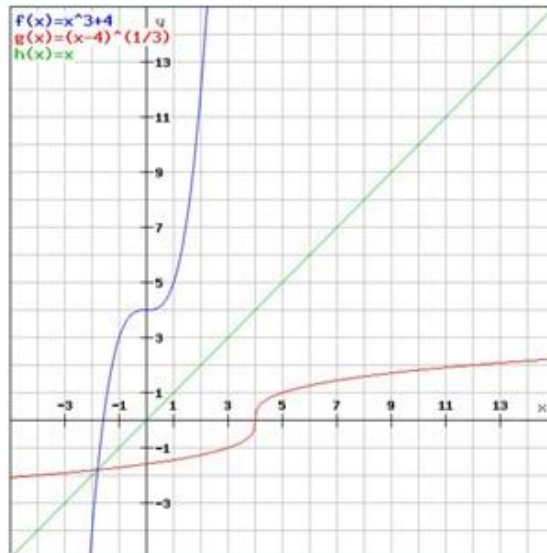
a) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

Svar:  $D_f = \mathbb{R}$  och  $V_f = \mathbb{R}$

b) Bestäm inversen  $f^{-1}(x)$  och ange dess definitionsmängd och värdemängd.

Svar:  $f^{-1}(x) = x^3 + 4$  med  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$  och  $V_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

c) Skissa kurvorna till  $f(x)$  och  $f^{-1}(x)$  i samma koordinatsystem.



3 p

### Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen  $3z - \bar{z} = 8 + 12i$

Svar:  $z = 4 + 3i$

b) Lös ekvationen  $|z - 3i| = |z - i|$

Svar:  $\text{Im}(z) = 2$

c) Triangelolikheten  $|z| + |w| \geq |z + w|$  gäller för alla komplexa tal. Låt  $z = 3 + 4i$  och ge två exempel på  $w$  så att fallet "likhet" inträffar i triangelolikheten.

Svar: Alla komplexa tal med lika argument ger likhet i triangelolikheten

3 p

6. Lös ekvationen  $z^2 - 6z + 4iz - 16 + 8i = 0$ .

Tips:  $\sqrt{841} = 29$

Svar:  $z = -2$  eller  $z = 8 - 4i$

3 p