

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 1 för kursen HT 2017

Kurskod: TNIU19
Examination: TEN2
Max: 18 p
Betyg 5: ≥ 15 p
Betyg 4: ≥ 12 p och minst 3 p på respektive Del I–III
Betyg 3: ≥ 9 p och minst 2 p på respektive Del I–III
Bonus: Uppgifterna 1, 3 resp. 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR4–KTR6
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, passare, gradskiva
Skrivtid: 2018-01-02, kl. 08:00–13:00

Del I

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + y + z = 11 \\ x + y - z = 1 \\ x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

Svar: $x = 2$, $y = 3$ och $z = 4$

b) Lös ekvationen

$$7 - x = \sqrt{13 - x}$$

Svar: $x = 4$

c) Lös olikheten

$$x^2 - 8x + 12 > 0$$

Svar: $x \in]-\infty, 2[\cup]6, \infty[$

2. Lös olikheten

$$2|x - 6| < |12 - x|$$

Svar: $x \in]0, 8[$

Del II

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a)

$$\tan 3x = 1$$

Svar: $x = \frac{\pi}{12} + n\frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{N}$

b)

$$\cos^2 x + \sin x = 1$$

Svar: $x = n\pi$ eller $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi, n \in \mathbb{N}$

c)

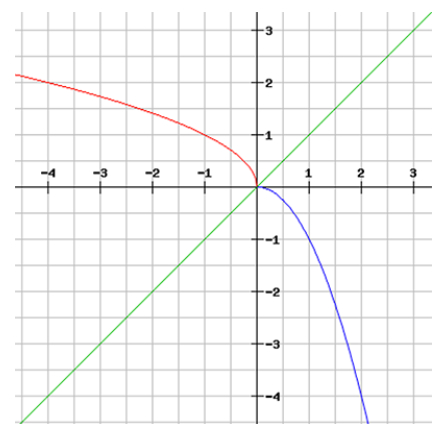
$$2 \ln x - \ln 2 - \ln(x + 12) = 0$$

Svar: $x = 6$

4. Bestäm $f^{-1}(x)$ och skissa kurvorna till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem:

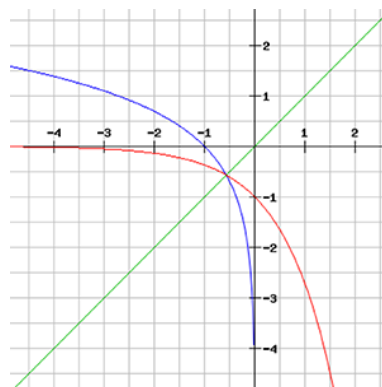
a) $y = f(x) = -x^2, x \in [0, \infty[$

Svar: $f^{-1}(x) = \sqrt{-x}, x \in]-\infty, 0]$



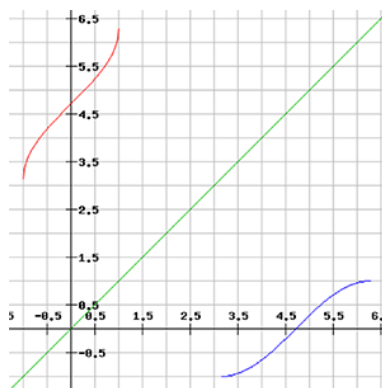
b) $y = f(x) = \ln(-x)$

Svar: $f^{-1}(x) = -e^x, x \in]-\infty, \infty[$



c) $y = f(x) = \cos x, x \in [\pi, 2\pi]$

Svar: $f^{-1}(x) = \frac{3\pi}{2} + \arcsin x, x \in [-1, 1]$



Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = 0$$

Svar: $z_1 = i, z_2 = -i, z_3 = 1 + i$ eller $z_4 = 1 - i$

b) Lös ekvationen och svara på rektangulär form

$$z^3 - 27i = 0$$

Svar: $z_0 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}, z_1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ eller $z_2 = -3i$

c) Lös ekvationen

$$z^2 = -3 + 4i$$

Svar: Ansats $z = x + iy$ ger $z_1 = 1 + 2i$ eller $z_2 = -1 - 2i$

6. Hitta på en funktion $f(z)$ som avbildar området "utanför enhetscirkeln i den tredje kvadranten i det komplexa talplanet" på området "innanför enhetscirkeln i första och fjärde kvadranten i det komplexa talplanet".

Svar: Till exempel $f(z) = \frac{i}{z^2}$