

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Kompletterande tentamen 1 för kursen HT 2018*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN2  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I–III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I–III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 resp. 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR4–KTR6  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, passare, gradskiva  
Skrivtid: 2019-01-07, kl. 08:00–13:00

---

### *Del I*

1. Vid betyg 3 på KTR4 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$|x + 3| - 2|x - 3| = 0$$

Svar: Studie av tre intervall ger två lösningar  $x_1 = 1$  eller  $x_2 = 9$

b) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3x + y - z = 2 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$$

Svar: Successiv elimination ger  $x = 1$ ,  $y = 2$  och  $z = 3$

c) Lös ekvationen

$$x^4 - 14x^3 + 65x^2 - 112x + 60 = 0$$

Svar: Exempelvis gissning av rötter, factorsatsen och polynomdivision ger

$$x_1 = 1, x_2 = 2 \text{ eller } x_3 = 5 \text{ eller } x_4 = 6$$

**3 p**

2. Lös olikheten

$$\frac{x+6}{x-3} \geq \frac{x+6}{x+3}$$

Svar: Lika nämnare, faktorisering och teckenstudium ger  $x \in [-6, -3[ \cup ]3, \infty[$

3 p

*Del II*

3. Vid betyg 3 på KTR5 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a)

$$\sin x (1 + 2\cos x) = 0$$

Svar:  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + n2\pi$  eller  $x = n\pi$  då  $n \in \mathbb{Z}$

b)

$$\sin^2 x - \frac{3}{2}\sin x + \frac{1}{2} = 0$$

Svar:  $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$  eller  $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$  eller  $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$  då  $n \in \mathbb{Z}$

c)

$$2 \lg 4x - \lg 8x = 2$$

Svar: Tredje och andra logaritmlagen ger  $x = 50$

3 p

4. Låt

$$y = f(x) = 4 - e^x$$

- a) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

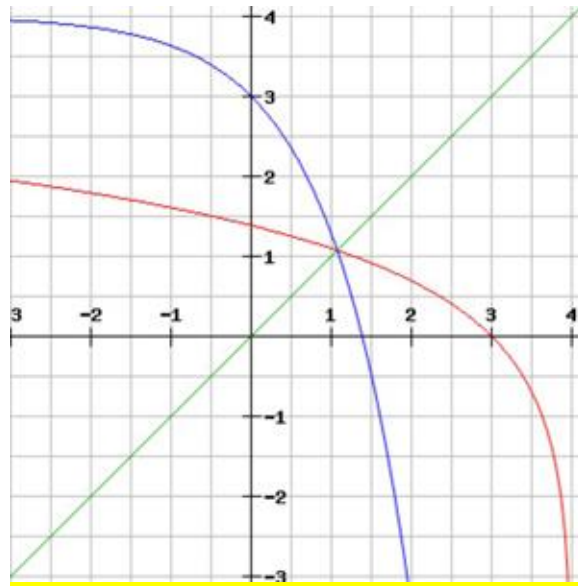
Svar:  $D_f \in ]-\infty, \infty[$  och  $V_f \in ]-\infty, 4[$

- b) Bestäm inversen  $f^{-1}(x)$  och ange dess definitionsmängd och värdemängd.

Svar:  $f^{-1}(x) = \ln(4 - x)$ ,  $D_{f^{-1}} \in ]-\infty, 4[$  och  $V_{f^{-1}} \in ]-\infty, \infty[$

- c) Skissa kurvorna till  $f(x)$  och  $f^{-1}(x)$  i samma koordinatsystem.

Svar: Notera att korrekt skissade grafer tydligt skall begränsas av sina definitions- och värdemängder enligt ovan...



3 p

### Del III

5. Vid betyg 3 på KTR6 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Beräkna  $z^6$  om

$$z = \sqrt{3} + i$$

Svar: Byte till polär form och de Moivres formel ger  $z^4 = -64$

- b) Lös ekvationen

$$z^2 + (6 + 4i)z - 20 + 12i = 0$$

Svar: Kvadratkomplettering ger  $z_{1,2} = -3 - 2i \pm 5$

- c) Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$  (rektangulär form):

$$z^4 = -4$$

Svar: Lösning på polär form och byte till  $a + bi$  ger  $z_{1,2} = 1 \pm i$  eller  $z_{3,4} = -1 \pm i$

3 p

6. Lös ekvationen och markera lösningen i det komplexa talplanet:

$$|z - 2 + 2i| = 3|z - 2 - 6i|$$

Svar: En cirkel med  $r = 3$  och centrum i  $z = 2 + 7i$  ty  $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 9$

3 p