

Kontrollskrivning 1 – 2016

Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer

Kurskod: TNIU22
Examination: KTR1
Max: 12 p
Bonus 2 p: Vid minst 8 p
Bonus 1 p: Vid minst 5 p
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, gradskiva och passare
Skrivtid: 2016-11-23, 08:00–10:00
Jour: Peter Holgersson 0705-19 99 92

1. Lös olikheten:

$$\ln(x^2 - 8) \geq \ln 2x$$

3 p

Svar: $x \geq 4$

2. Beräkna gränsvärdena:

a.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{8x^2}$$

Förlängning med täljarens konjugat ger svar: $\frac{1}{4}$

b.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 6x}}{2x}$$

Utbrytning av det dominerande ger svar: $-\frac{1}{2}$

c.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{6x}\right)^{3x}$$

Standardgränsvärdet för e ger svar: \sqrt{e}

3 p

3. Låt $f(x) < g(x) < h(x)$ för alla $x > 0$.

Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ om $f(x) = \frac{4}{\pi} \arctan x$ och $h(x) = 2 + \frac{1}{e^x}$.

Instängning och hänvisning till sats 3.3 ger svaret 2

3 p

4. Skissa kurvor och para ihop funktion med tillhörande påstående:

- | | | | |
|----|--|------|--|
| a) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$ | i) | Funktionen är kontinuerlig, strängt monoton och har kontinuerlig invers. |
| b) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$ | ii) | Funktionen är kontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers. |
| c) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$ | iii) | Funktionen är kontinuerlig, är strängt monoton och har diskontinuerlig invers. |
| d) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$ | iv) | Funktionen är diskontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers. |
| e) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & , 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ | v) | Funktionen är diskontinuerlig, är strängt monoton och har kontinuerlig invers. |

Svar: $a = iii$, $b = iv$, $c = v$, $d = i$ och $e = ii$

3 p