

## Kontrollskrivning 1 - 2017

### *Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer*

Kurskod: TNIU22  
Examination: KTR1  
Max: 12 p  
Bonus 2 p: Vid resultat minst 8-12 p  
Bonus 1 p: Vid resultat 5-7 p  
Bonus 0 p: Vid resultat 0-4 p  
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjaler, gradskiva och passare  
Skrivtid: 2017-11-24, 08:00-10:00  
Jour: Peter Holgersson 0705-19 99 92

---

1) Beräkna följande gränsvärden:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x (e^{2x} - 1)}{\tan x \ln(3x + 1)}$$

Ledning: Standardgränsvärden ger svaret  $\frac{8}{3}$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

Ledning: Substitutionen  $t = x - \frac{\pi}{2}$  och additionssats för sinus ger svaret  $-2$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1}}{x}$$

Ledning: Utbrytning av  $\sqrt{9x^2} = 3|x| = -3x$  i täljaren ger svaret  $-3$

2) Bestäm den vinkel som ges av:

$$\arctan 3 + \arctan 2$$

Ledning: Då både  $u = \arctan 3$  och  $v = \arctan 2$  ger vinklar inom intervallet  $\left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$

kommer svaret att tillhöra intervallet  $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$ . Förenkling med hjälp av

additionssats för tangens ger svaret  $\frac{3\pi}{4}$ .

3 p

3) Bestäm konstanterna  $k$  och  $m$  så att  $f(x)$  blir kontinuerlig för alla reella tal.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 8x}{x} & , x < 0 \\ kx + m & , 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x > 2 \end{cases}$$

Ledning: Vänstergränsvärde för  $x \rightarrow 0^-$  och högergränsvärde för  $x \rightarrow 2^+$  ger punkterna  $(0, 8)$  och  $(2, 4)$  vilka är ändrar för den räta linjen inom  $0 \leq x \leq 2$  och därmed får man  $k = -2$  och  $m = 8$ .

3 p

4) Komplettera följande påståenden med någon passande text:

a. Om en funktion  $f(x)$  är kontinuerlig och (strängt) monoton...

Exempel på fortsättning: "... på ett sammanhängande intervall  $I$  så har funktionen en kontinuerlig invers  $f^{-1}(x)$  med en definitionsmängd som motsvarar värdemängden för  $f(x)$ "

b. Om en funktion  $f(x)$  är kontinuerlig på intervallet  $[a, b]$  och  $f(a) \neq f(b)$  så gäller att...

Exempel på fortsättning: "... varje funktionsvärde  $f(\xi)$  som existerar mellan ändarnas funktionsvärden  $f(a)$  och  $f(b)$  antas i *minst en inre punkt*  $x = \xi$  inom det öppna intervallet  $]a, b[$ "

- c. Om funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  är kontinuerliga på intervallet  $[a, b]$  samt att  $f(a) > g(a)$  och  $f(b) < g(b)$  så gäller att...

Exempel på fortsättning: "... det minst ett inre  $x = \xi$  sådant att  $f(\xi) = g(\xi)$  - alltså mins en skärningspunkt mellan funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  inom det öppna intervallet  $]a, b[$ "