

Kontrollskrivning - 2018

Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer

Kurskod: TNIU22
Examination: KTR1
Max: 12 p
Bonus 2 p: Vid resultat 8-12 p
Bonus 1 p: Vid resultat 5-7 p
Bonus 0 p: Vid resultat 0-4 p
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, passare, kurvmall
Skrivtid: 2018-11-28 kl. 14:00-16:00

1. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x^2}{(e^{2x} - 1) \arctan 3x}$$

3 p

Ledning: Standardgränsvärden ger gränsvärdet 0

2. Beräkna gränsvärdet:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1}}{3x}$$

3 p

Ledning: Det är ett gränsvärdesproblem av typen $\left[\frac{\infty - \infty}{\infty} \right]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1}}{3x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \left(\sqrt{9 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)}{3x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{\sqrt{9 + 1/x^2} - \sqrt{1 + 1/x^2}}{3} = -\frac{\sqrt{9} - \sqrt{1}}{3} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

3. Para ihop funktion med korrekt påstående:

- | | | | |
|----|---|------|--|
| a) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 7 < x \leq 9 \end{cases}$ | i) | Funktionen är diskontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers. |
| b) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$ | ii) | Funktionen är diskontinuerlig, är strängt monoton och har kontinuerlig invers. |
| c) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 8 \leq x \leq 10 \end{cases}$ | iii) | Funktionen är kontinuerlig, strängt monoton och har kontinuerlig invers. |
| d) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 0 \leq x < 2 \end{cases}$ | iv) | Funktionen är kontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers. |
| e) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & , 2 \leq x \leq 4 \\ x - 3 & , 4 < x \leq 6 \end{cases}$ | v) | Funktionen är kontinuerlig, är strängt monoton och har diskontinuerlig invers. |

3 p

*Ledning: Resonemang utifrån skissade grafer ger svaren
A=v, b=iv, c=iii, d=ii och e=i*

4. Lös olikheten

$$\ln(4x - x^2) \leq \ln x$$

3 p

*Ledning: Viktigt är att studera de tillåtna x-värdena för VL och HL.
Teckenstudium av erhållen andragsolikhet ger svaret $x \in [3, 4[$*