

Kontrollskrivning – 2020

Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer

Utbildningskod: TNIU22
Modul: KTR1
Max: 12 p
Bonus 2 p: Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p: Vid resultat 5–7 p
Bonus 0 p: Vid resultat 0–4 p
Lösningar: Fullständiga med förklarande tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, gradskiva, kurvmall och passare
Skrivtid: 2020-11-25, 08:00–10:00
Jour: Peter Holgersson, 0705-19 99 92

1) Beräkna följande gränsvärden:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) \sin 4x}{e^{x^2} - 1}$$

Ledning: Omskrivning med hjälp av standardgränsvärden ger svaret 12.

2 p

b)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

Ledning: Förlängning med täljarens konjugat ger svaret $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ som är

derivatan till $f(x) = \sqrt{x}$

2 p

- 2) Visa att ekvationen har minst en lösning inom intervallet $x \in [0, 2]$:

$$x^3 + x - 3 = 0$$

Ledning: Exempelvis "Satsen om mellanliggande värde" kan användas – man visar att förutsättningarna är uppfyllda och drar en slutsats utifrån satsen.

2 p

- 3) Lös olikheten

$$3^{2x} < 4 \cdot 3^{x+1} - 27$$

Ledning: Omskrivning till $(3^x)^2 - 12 \cdot 3^x + 27 < 0$ följt av substitution $t = 3^x$ med $t > 0$ ger en andragsolsolikhet som löses genom teckenstudium. Substitution tillbaka ger svaret $1 < x < 2$.

3 p

- 4) Förklara med en skiss och text, varför det *inte* är tillräckligt att en funktion är kontinuerlig och strängt monoton, för att den skall ha en *kontinuerlig invers*.

Ledning: Man visar med en skiss och förklarande text att om man struntar i att det aktuella intervallet hos funktionen måste vara *sammanhängande* så kan i vissa fall inversen ha en eller flera diskontinuiteter, trots att den ordinarie funktionen både är kontinuerlig och strängt monoton.

3 p