INSTITUTIONEN FÖR TEKNIK OCH NATURVETENSKAP
Linköpings Tekniska Högskola
Peter Holgersson

Kontrollskrivning 1 – 2019

Envariabelanalys del 2

Kurskod:	TNIU23
Examination:	KTR1
Max:	12 p
Bonus 2 p:	Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p:	Vid resultat 5–7 p
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, kurvmall, passare, gradskiva
Skrivtid:	2019-02-18 kl 08:00-10:00
Jour:	Peter Holgersson 0705-19 99 92

---

1. Beräkna:

a)

$$\frac{d}{dx}\int_x^5 e^{t^2}\,dt$$

Svar: $-e^{t^2}$ enligt Analysens Huvudsats eller ”Krzysztofs formel”

b)

$$\int_{-4}^{4}\frac{dx}{x^2}$$

Svar: Divergent med gränsvärdet ∞ då den är generaliserad i $x = 0$

c)

$$\lim_{n\to\infty}\int_n^{n+5}\left(2+\frac{1}{10^{5x}}\right)dx$$

Svar: 10 med hjälp av Medelvärdessatsen för integraler

3 p

2. Beräkna integralen med hjälp av en Riemann-summa med n stycken delintervall:

$$\int_0^2 5x\,dx$$

3 p

Ledning: Riemann-summa tecknas – t.ex. en översumma:

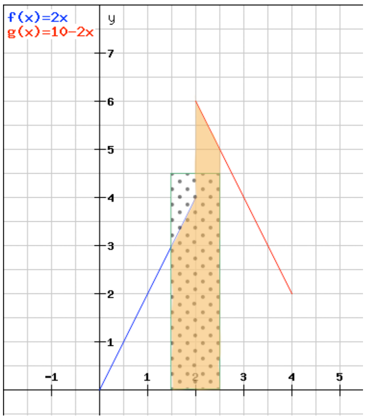
$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \sum_{i=1}^{n} 5\frac{2i}{n}\cdot\frac{2}{n} = \frac{20}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i = \frac{20}{n^2}\Big(\underbrace{1+2+3+\cdots+n}_{=\text{aritmetisk summa}}\Big)$$

$$= \frac{20}{n^2}\cdot\underbrace{\frac{1+n}{2}}_{\substack{medel-\\ index}}\cdot n = \frac{10}{n} + 10 \to 10 \text{ då } n \to \infty$$

3. Skissa kurvan

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 \le x < 2 \\ 10 - 2x & , \quad 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

och förklara varför inte Medelvärdessatsen för integraler gäller diskontinuerliga funktioner såsom denna funktion.



Svar: För exempelvis $\int_{1,5}^{2,5} f(x)dx$ markerad till vänster finner man inget passande ξ med tillhörande "medelfunktionsvärde" $f(\xi) = 4,5$ och därmed fungerar inte Medelvärdessatsen för integraler i detta fall.

3 p

4. Tag – med hjälp av Pythagoras sats och en tydlig skiss – fram en integral för beräkning av kurvlängd för en parameterfunktion:

$$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

Ledning: Se Föreläsning 6 eller sid 319 i läroboken med svaret

$$s = \int_a^b \sqrt{\big(x'(t)\big)^2 + \big(y'(t)\big)^2}\,dt$$

3 p