

## Kontrollskrivning 2019

### *Envariabelanalys del 2*

Kurskod: TNIU23  
Examination: KTR1  
Max: 12 p  
Bonus 2 p: Vid resultat 8–12 p  
Bonus 1 p: Vid resultat 5–7 p  
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, kurvmall, passare, gradskiva  
Skrivtid: 2019-02-18 kl 08:00-10:00  
Jour: Peter Holgersson 0705-19 99 92

---

1. Beräkna:

a)

$$\frac{d}{dx} \int_x^5 e^{t^2} dt$$

Svar:  $-e^{x^2}$  enligt Analysens Huvudsats eller "Krzysztof's formel"

b)

$$\int_{-4}^4 \frac{dx}{x^2}$$

Svar: Divergent med gränsvärdet  $\infty$  då den är generaliserad i  $x = 0$

c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+5} \left( 2 + \frac{1}{10^{5x}} \right) dx$$

Svar: 10 med hjälp av Medelvärdessatsen för integraler

2. Beräkna integralen med hjälp av en Riemann-summa med  $n$  stycken delintervall:

$$\int_0^2 5x \, dx$$

3 p

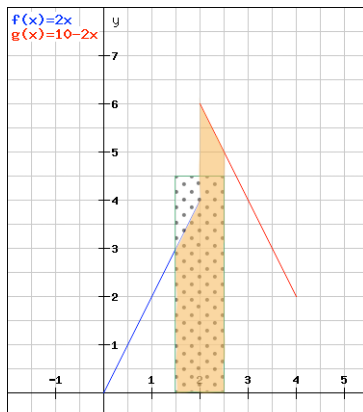
Ledning: Riemann-summa tecknas – t.ex. en översumma:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x &= \sum_{i=1}^n 5 \frac{2i}{n} \cdot \frac{2}{n} = \frac{20}{n^2} \sum_{i=1}^n i = \frac{20}{n^2} \left( \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + n}_{=\text{aritmetisk summa}} \right) \\ &= \frac{20}{n^2} \cdot \underbrace{\frac{1+n}{2}}_{\text{medel-}} \cdot n = \frac{10}{n} + 10 \rightarrow 10 \text{ då } n \rightarrow \infty \end{aligned}$$

3. Skissa kurvan

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 \leq x < 2 \\ 10 - 2x & , \quad 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

och förklara varför inte Medelvärdessatsen för integraler gäller diskontinuerliga funktioner såsom denna funktion.



Svar: För exempelvis  $\int_{1,5}^{2,5} f(x) dx$  markerad till vänster finner man inget passande  $\xi$  med tillhörande "medelfunktionsvärde"  $f(\xi) = 4,5$  och därmed fungerar inte Medelvärdessatsen för integraler i detta fall.

3 p

4. Tag – med hjälp av Pythagoras sats och en tydlig skiss – fram en integral för beräkning av kurvlängd för en parameterfunktion:

$$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

Ledning: Se Föreläsning 6 eller sid 319 i läroboken med svaret

$$s = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} \, dt$$

3 p