

Kontrollskrivning 1a – 2021

Envariabelanalys del 2

Utbildningskod:	TNIU23
Modul:	KTR1
Max:	12 p
Bonus 2 p:	Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p:	Vid resultat 5–7 p
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Inga utöver skrivdon, linjaler och passare
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, kurvmall, passare, gradskiva
Skrivtid:	2020-02-05 kl 08:00-10:00
Jour:	Peter Holgersson 0705-19 99 92

1. Beräkna

a.

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{x^4} dx$$

2 p

Lösningstips: Generaliseringen i $x = 3$ hävs, gränsvärden visar att integralen är divergent med det oegentliga gränsvärdet ∞ .

b.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$$

2 p

Lösningstips: Triggettan ger $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2) x \cos x dx$ som med variabelskifte $u = \sin x$ med tillhörande $\frac{du}{dx} = \cos x$ ger en enklare integral $\int_0^1 (1 - u^2) du$ med svaret $\frac{2}{3}$.

c.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+4} \arctan x dx$$

2 p

Lösningstips: Medelvärdessatsen för integraler ger $f(\xi) \cdot 4$ som efter gränsvärdesstudier ger svaret 2π .

2. Visa att

$$7 \leq \int_{16}^{25} \frac{8}{4 + \sqrt{x}} dx \leq 10$$

2 p

Lösningstips: Översumma med ett delintervall $= \frac{8}{8} \cdot 9 = 9$ och undersumma med ett delintervall $= \frac{8}{9} \cdot 9 = 8$ ger olikheten $8 \leq \int_{16}^{25} \frac{8}{4 + \sqrt{x}} dx \leq 9$ som uppfyller villkoret.

3. Beräkna med hjälp av bl.a. derivatans definition och medelvärdessatsen för integraler

$$\frac{d}{dx} \int_2^x \sin t dt$$

2 p

Lösningstips: Genom att följa beviset för Analysens Huvudsats får man med svaret $\sin x$.

3 p

4. Beräkna kurvlängden för parameterkurvan $\begin{cases} x(t) = 3 \sin 2t \\ y(t) = 3 \cos 2t \end{cases}$, $0 \leq t \leq \pi$.

2 p

Formeln för kurvlängd hos parameterkurva ger $s = 6\pi$.