

## Kontrollskrivning version A 2021

### *Envariabelanalys del 2*

Utbildningskod:	TNIU23
Modul:	KTR1
Max:	12 p
Bonus 2 p:	Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p:	Vid resultat 5–7 p
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Inga utöver skrivdon, linjaler och passare
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, kurvmall, passare, gradskiva
Skrivtid:	2020-02-05 kl 08:00-10:00
Jour:	Peter Holgersson 0705-19 99 92

---

#### 1. Beräkna

a.

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{x^4} dx$$

Lösningstips: Generaliseringen i  $x = 0$  hävs, gränsvärden visar att integralen är divergent med det oegentliga gränsvärdet  $\infty$ .

2 p

b.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$$

2 p

Lösningstips: Trigettan och variabelskifte ger svaret  $\frac{2}{3}$ .

c.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+4} \arctan x dx$$

2 p

Lösningstips: Medelvärdessatsen för integraler ger  $f(\xi) \cdot 4$

som efter gränsvärdesstudier ger svaret  $2\pi$ .

2. Visa att

$$7 \leq \int_{16}^{25} \frac{8}{4 + \sqrt{x}} dx \leq 10$$

Lösningstips: Översumma med ett delintervall  $= \frac{8}{8} \cdot 9 = 9$  och undersumma med ett delintervall  $= \frac{8}{9} \cdot 9 = 8$  ger olikheten  $8 \leq \int_{16}^{25} \frac{8}{4 + \sqrt{x}} dx \leq 9$  som uppfyller villkoret.

2 p

3. Beräkna med hjälp av bl.a. derivatans definition och medelvärdesatsen för integraler

$$\frac{d}{dx} \int_2^x \sin t dt$$

Lösningstips: Genom att följa beviset för Analysens Huvudsats får man med svaret  $\sin x$ .

2 p

4. Beräkna kurvlängden för parameterkurvan  $\begin{cases} x(t) = 3 \sin 2t \\ y(t) = 3 \cos 2t \end{cases}$ ,  $0 \leq t \leq \pi$ .

Formeln för kurvlängd hos parameterkurva ger  $s = 6\pi$ .

2 p