

## Kontrollskrivning 1a – 2021

### *Envariabelanalys del 2*

|                 |   |
|-----------------|---|
| Utbildningskod: | TNIU23  |
| Modul:          | KTR1  |
| Max:            | 12 p  |
| Bonus 2 p:      | Vid resultat 8–12 p                                   |
| Bonus 1 p:      | Vid resultat 5–7 p                                    |
| Lösningar:      | Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar |
| Hjälpmedel:     | Inga utöver skrivdon, linjaler och passare            |
| Lösningar:      | Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar |
| Hjälpmedel:     | Skrivdon, linjal, kurvmall, passare, gradskiva        |
| Skrivtid:       | 2021-02-05 kl 14:00-16:00                             |
| Jour:           | Peter Holgersson 0705-19 99 92                        |

---

#### 1. Beräkna

a.

$$\frac{d}{dx} \int_x^5 \arctan t \, dt$$

2 p

**Lösningstips:** Efter skifte av gränserna + teckenbyte kan  
Analysens Huvudsats användas och svaret blir  $-\arctan x$ .

b.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} \, dx$$

2 p

**Lösningstips:** Variabelskifte med  $u = \tan x$  med tillhörande  
derivata  $\frac{du}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$  ger en enklare integral  $\int_0^1 u^2 \, du$  med svaret  $\frac{1}{3}$ .

c.

$$\int_2^4 \frac{1}{(x-3)^2} \, dx$$

2 p

**Lösningstips:** Generaliseringen i  $x = 3$  hävs, gränsvärden visar  
att integralen är divergent med det oegentliga gränsvärdet  $\infty$ .

2. Visa att

$$10 \leq \int_1^4 2^x dx \leq 30$$

2 p

Lösningstips: Över och undersumma med ett delintervall visar sig inte duga men med tre delintervall får man  $14 \leq \int_1^4 2^x dx \leq 28$  som uppfyller villkoret.

3. Skissa kurvan och förklara varför *Medelvärdessatsen för integraler* inte gäller för diskontinuerliga funktioner såsom denna.

$$f(x) = \begin{cases} 8 - 2x & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & , \quad 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

2 p

Lösningstips: Integralen  $\int_1^3 f(x) dx = \dots = 6$  och med *Medelvärdessatsen för integraler* får man  $f(\xi) \cdot 2 = 6$  som kräver att  $f(\xi) = 3$  men inom detta intervall antar aldrig funktionen  $y = 3$  - alltså gäller ej satsen för denna funktion. Notera att om man har valt att integrera över hela intervallet  $\int_0^4 f(x) dx$  uppstår inte denna konflikt så att man tvingas då ändra till ett snävare intervall runt diskontinuiteten i  $x = 2$  för att ovanstående konflikt skall uppstå.

4. Beräkna kurvlängden för funktionskurvan  $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$  ,  $3 \leq x \leq 8$

2 p

Lösningstips: Formeln för kurvlängd hos funktion  $f(x)$  används och svaret blir  $s = \frac{38}{3}$