Facit KTR2 och KTR5 TNIU19

KTR2 version 2008

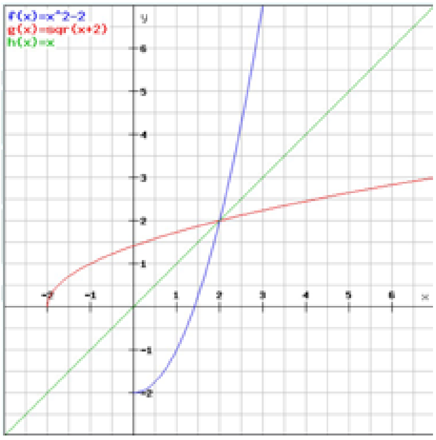
1.

a) Se kurshäftet

b) Se kurshäftet

c) $f(x) = \sqrt{x+2} \quad \text{med} \quad D_f = [-2, \infty[\quad \text{och} \quad V_f = [0, \infty[$

$f^{-1}(x) = x^2 - 2 \quad \text{med} \quad D_{f^{-1}} = [0, \infty[\quad \text{och} \quad V_{f^{-1}} = [-2, \infty[$



2.

a) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \text{eller} \quad x = \frac{\pi}{6} + n2\pi \quad \text{eller} \quad x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$

b) $x = n2\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$

c) $x = -10$

3.

a) 2

b) $\cos x = \pm \frac{3}{5}$

c) $\sqrt{3}$

KTR2 version 2009

1.

a) $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$ eller $x = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

b) $x = 4$

c) Saknar lösning eftersom att $\pi \notin V_{arcsin} = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

2.

a) Insättning av exempelvis $x = \pm 3$ ger samma funktionsvärde och därmed är funktionen inte injektiv och saknar därmed invers.

b) $f(x) = \sqrt{x^3 - 64}$ med $D_f = [4, \infty[$ och $V_f = [0, \infty[$

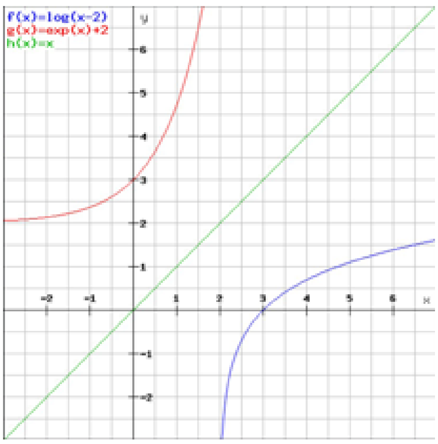
c) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^2 + 64}$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} = [4, \infty[$

3.

a) $D_f =]2, \infty[$ och $V_f =]-\infty, \infty[$

b) $f^{-1}(x) = e^x + 2$ med $D_{f^{-1}} =]-\infty, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]2, \infty[$

c)



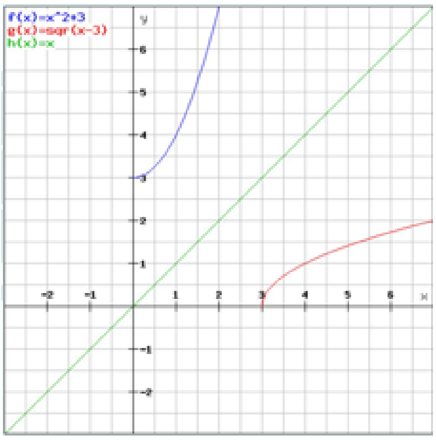
KTR2 version 2010

1.

a) Se läroboken sid 63
b) Se läroboken sid 71
c) Saknar lösning eftersom att 2 $\notin D_{arcsin} = [-1, 1]$

2.

a) Se kurshäftet
b) Se kurshäftet
c) $f(x) = x^2 + 3 \quad \text{med} \quad D_f = [0, \infty[\quad \text{och} \quad V_f = [3, \infty[$
$f^{-1}(x) = \sqrt{x-3} \quad \text{med} \quad D_{f^{-1}} = [3, \infty[\quad \text{och} \quad V_{f^{-1}} = [0, \infty[$



3.

a) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \text{eller} \quad x = -\frac{\pi}{6} + n2\pi \quad \text{eller} \quad x = \frac{7\pi}{6} + n2\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
b) $x = \pm\frac{\pi}{3} + n2\pi \quad \text{eller} \quad x = n2\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
c) $x = -100$

KTR2 version 2011

1.

a) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ eller $x = \pi + n2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$
b) $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$ eller $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$
c) $x = -1$

2.

a) Insättning av exempelvis $x = \pm 2$ ger samma funktionsvärde och därmed är funktionen inte injektiv och saknar därmed invers.
b) $f^{-1}(x) = x^2 - 3$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} = [-3, \infty[$
c) $f^{-1}(x) = -\frac{x}{2}$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]-\infty, 0]$

3.

a) -2
b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
c) Den naturliga logaritmen $\ln x$ besvarar frågan ”e upphöjt i vad, blir talet x”. Definitionsmängden för $\ln x$ innehåller inte talet $x = 0$ (inte heller $x < 0$) eftersom att ”e upphöjt i ett sökt tal” aldrig kan bli noll (eller mindre än noll).

KTR2 version 2012

1.

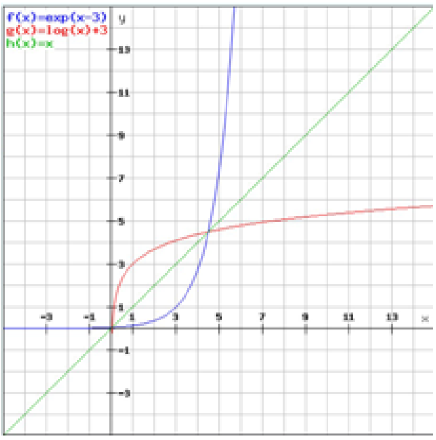
a) $x=\frac{\pi}{2}+n\pi$ eller $x=\frac{\pi}{6}+n2\pi$ eller $x=\frac{5\pi}{6}+n2\pi$, $n\in\mathbb{Z}$

b) $x=n\pi$ eller $x=\pm\frac{\pi}{3}+n2\pi$, $n\in\mathbb{Z}$

c) $x=\pm 10$

2.

$$f^{-1}(x)=\ln x+3 \quad \text{med} \quad D_{f^{-1}}=\,]0,\infty[\quad \text{och} \quad V_{f^{-1}}=\,]-\infty,\infty[$$



3.

$$g\big(f(x)\big)=x+2 \quad \text{med} \quad D_{g\circ f}=[3,\infty[\quad \text{och} \quad V_{g\circ f}=[5,\infty[$$

KTR2 version 2013

1.

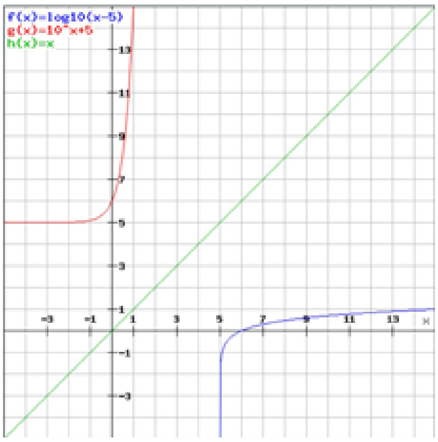
a) $x = n\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
b) $x = n\pi$ eller $x = \frac{\pi}{4} + n\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
c) $x = 1$ eller $x = 0$

2.

a) 2
b) $-\frac{1}{2}$
c) 1

3.

a) $f(x) = \lg(x-5)$ med $D_f =]5, \infty[$ och $V_f =]-\infty, \infty[$
b) $f^{-1}(x) = 10^x + 5$ med $D_{f^{-1}} =]-\infty, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]5, \infty[$
c)



KTR2 version 2014

1.

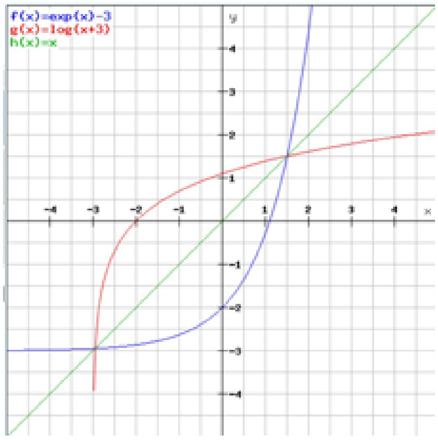
a) Se kurshäftet och läroboken sid 63
b) Se kurshäftet och Se läroboken sid 108
c) Se kurshäftet och läroboken sid 71

2.

a) $x = \pm\frac{\pi}{3} + n\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
b) $x = n2\pi \quad \text{eller} \quad x = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$
c) $x = \pm 3$

3.

a) $f(x) = e^x - 3 \quad \text{med} \quad D_f =]-\infty, \infty[\quad \text{och} \quad V_f =]-3, \infty[$
b) $f^{-1}(x) = \ln(x+3) \quad \text{med} \quad D_{f^{-1}} =]-3, \infty[\quad \text{och} \quad V_{f^{-1}} =]-\infty, \infty[$
c)



KTR2 version 2015

1.

a) $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

b) $x = -100$

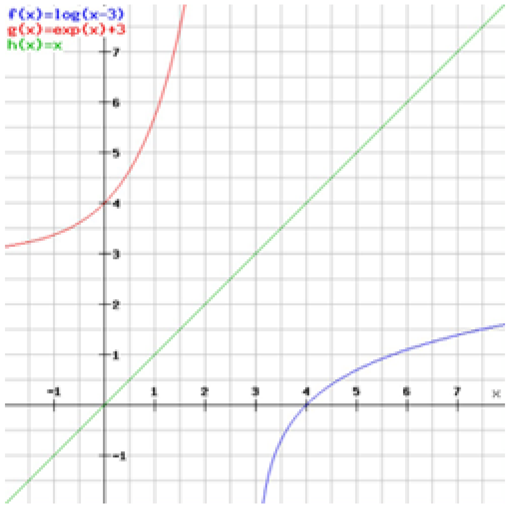
c) $x = 2$ eller $x = 3$

2.

a) $f(x) = e^x + 3$ har $D_f =]-\infty, \infty[$ och $V_f =]3, \infty[$

b) $f^{-1}(x) = \ln(x-3)$ med $D_{f^{-1}} =]3, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]-\infty, \infty[$

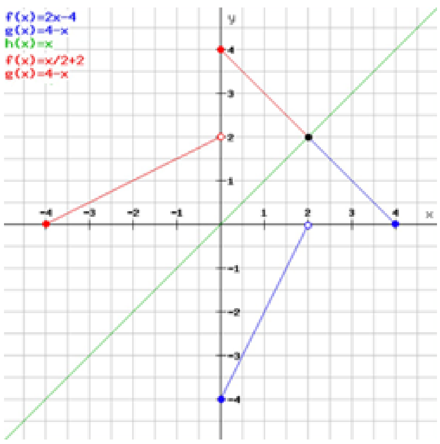
c)



3.

a) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 4 - x & , \ 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x}{2} + 2 & , \ -4 \leq x < 0 \end{cases}$ med $D_{f^{-1}} = [-4, 2]$ och $V_{f^{-1}} = [0, 4]$

b)



c) Trots att funktionen $f(x)$ varken är strängt växande eller strängt avtagande så är den *ändå* injektiv (varje y-värde förekommer endast i en punkt och kommer alltså från endast ett unikt x-värde) och har därmed en invers!

KTR2 version 2016

1.

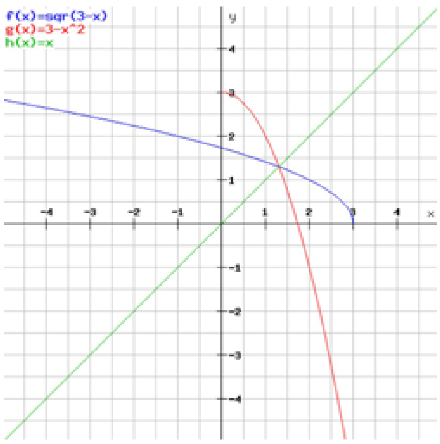
a) $x = -1000$
b) $x = 1$ eller $x = 4$
c) $x = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

2.

a) $\frac{\pi}{6}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) 1

3.

a) $f(x) = \sqrt{3-x}$ har $D_{f^{-1}} =]-\infty, 3]$ och $V_{f^{-1}} = [0, \infty[$
b) $f^{-1}(x) = 3 - x^2$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]-\infty, 3]$
c)



KTR5 version 2017

1.

a) $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$ eller $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

b) $x = 1$ eller $x = e^{-1}$ och notera att $x = 0$ ej är tillåten rot

c) $x = 18$

2.

a) $\frac{3}{5}$

b) -1

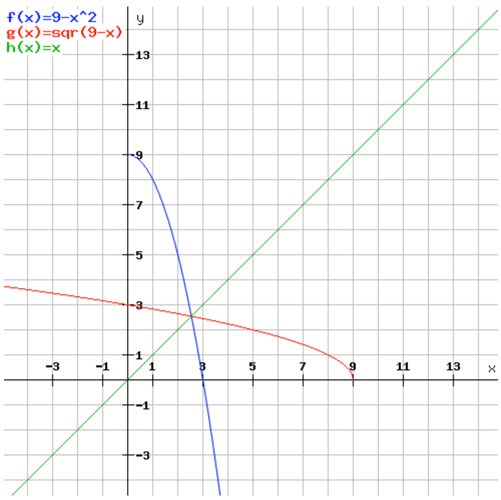
c) $-\frac{\pi}{2}$

3.

a) $f(x) = \sqrt{9 - x}$ har $D_{f^{-1}} =]-\infty, 9]$ och $V_{f^{-1}} = [0, \infty[$

b) $f^{-1}(x) = 9 - x^2$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]-\infty, 9]$

c)



KTR5 version 2018

1.

a) Mängden av alla x-värden som en funktion $f(x)$ är definierad för

b) $D_f = [-1, 1]$ och $V_f = [0, \pi]$

c) Så länge varje enskilt funktionsvärde y härstammar från enbart *ett* ingångsvärde x är funktionen injektiv och har därmed invers.

2.

a) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2},\ n \in \mathbb{Z}$

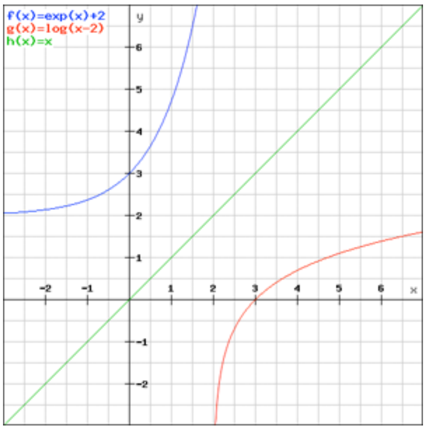
b) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ eller $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

c) $x = 5$ (notera att $x = -5$ inte ingår i D_f)

3.

a) $f(x) = e^x + 2$ har $D_{f^{-1}} =]{-\infty}, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]2, \infty[$

b) $f^{-1}(x) = \ln(x-2)$ med $D_{f^{-1}} =]2, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]{-\infty}, \infty[$

c) 

KTR5 version 2019

1.

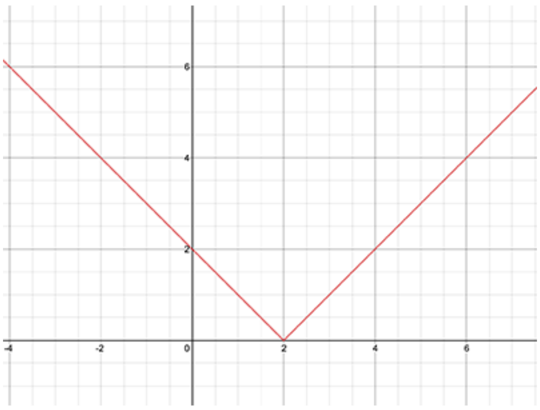
a) $x = 500$

b) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ eller $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

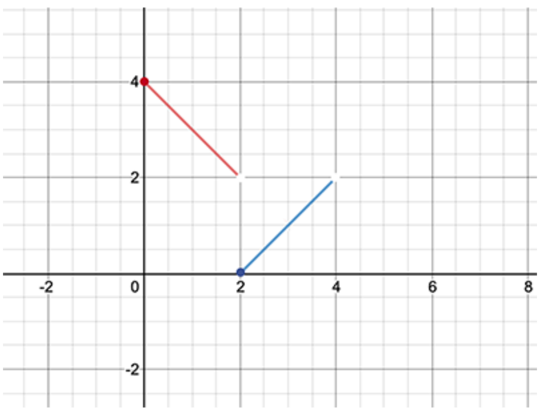
c) $x = \frac{3\pi}{2} + n2\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

2.

a) Genom att skissa grafen och visa att det finns olika x-värden som ger samma y-värde (t.ex. $x = 0$ och $x = 4$ som båda ger $y = 2$) har man visat att funktionen inte är injektiv och därmed saknar invers.



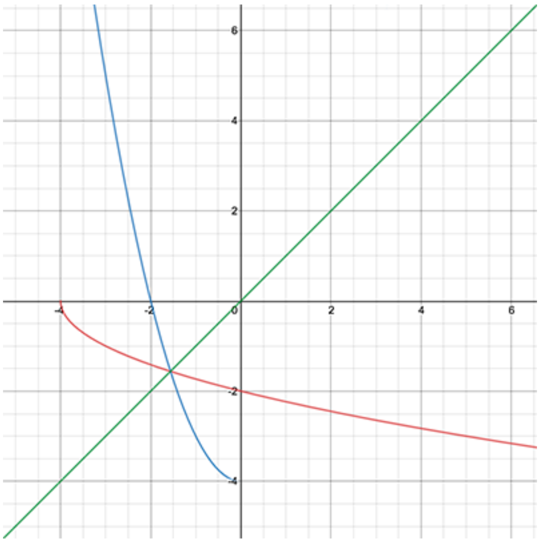
b) Genom att skissa grafen och visa att varje existerande y-värde kommer från enbart från *ett* x-värde har man visat att funktionen är injektiv och därmed har funktionen invers.



3.

a) $f(x) = x^2 - 4$, $D_{f^{-1}} =]-\infty,\ 0]$ och $V_{f^{-1}} =]-4, \infty]$

b)



KTR5 version 2020

1. Lös ekvationerna:

a)

$$x = -10$$

b)

$$x = n\pi \text{ eller } x = \frac{2\pi}{3} + n2\pi \text{ eller } x = \frac{4\pi}{3} + n2\pi\,,\ n \in \mathbb{Z}$$

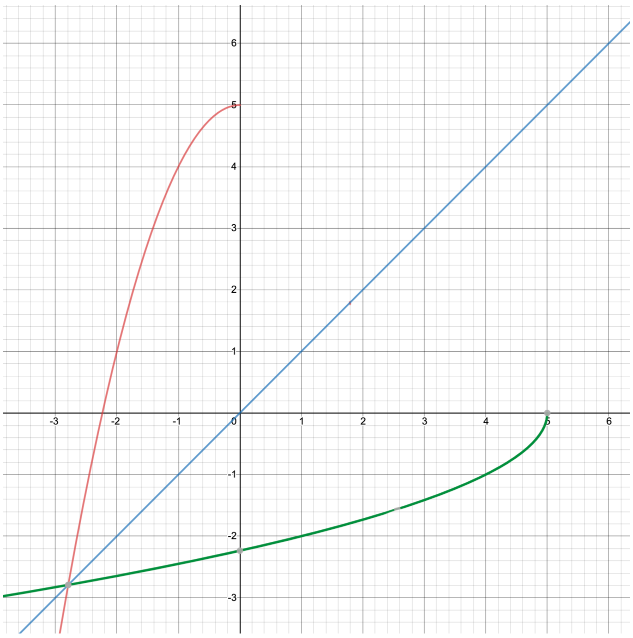
c)

$$x = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}}$$

2.

a) $f(x) = -\sqrt{5-x}\,,\ D_f = \,]-\infty, 5],\ V_f = \,]-\infty, 0]$

b)



3.

a) $f\big(g(x)\big) = x - 9\,,\ D_f = [-3, \infty[\,,\ V_f = [-12, \infty[$

b) $g\big(f(x)\big) = \sqrt{x^2 - 9}\,,\ D_f = \,]-\infty, -3] \cup [3, \infty[\,,\ V_f = [0, \infty[$