

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 1 för kursen HT 2012

Kurskod: TNIU19
Examination: TEN1
Max: 18 p
Betyg 5: ≥ 15 p
Betyg 4: ≥ 12 p och minst 3 p på respektive Del I-III
Betyg 3: ≥ 9 p och minst 2 p på respektive Del I-III
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg G på tillhörande KTR1-KTR3
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal och cirkelmall eller passare
Skrivtid: 2013-01-12, kl 08:00-13:00
Examinator: Peter Holgersson, tel. 0705-19 99 92

Del I

1. Vid betyg G på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|24 + 3x| = 6$$

Svar: $x = -6$ eller $x = -10$

- b) Lös olikheten

$$x^2 + 7x + 10 \geq 0$$

Svar: $x \in]-\infty, -5] \cup [-2, \infty[$

- c) Partialbråksuppdelning

$$\frac{18}{x^2-9}$$

Svar: $-\frac{3}{x+3} + \frac{3}{x-3}$

3 p

2. Lös olikheten

$$\frac{x^2-2x-15}{x+3} \leq 0$$

Svar: $x < -3$ eller $-3 < x \leq 5$

3 p

Del II

3. Vid betyg G på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$\lg x + \lg 9x = 0$$

Svar: $x = \frac{1}{3}$

b) Lös ekvationen

$$\sin x = \sin 2x$$

Svar: $x = n\pi$ eller $x = \pm \frac{\pi}{3} + n2\pi$

c) Lös ekvationen

$$(\lg x)^2 - 3 \lg x + 2 = 0$$

Svar: $x = 10$ eller $x = 100$

3 p

4. Låt $f(x) = 2x^2 - 18$ för $x \in]-\infty, 0]$

Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ med tillhörande definitionsmängd och värdemängd samt skissa grafer till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i ett gemensamt koordinatsystem.

Svar: $f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x}{2} + 9}$ med korrekta grafer och mängder

3 p

Del III

5. Vid betyg G på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen och svara på formen $a + bi$

$$2z^4 - 32 = 0$$

$$\text{Svar: } z_0 = 2, z_1 = 2i, z_2 = -2 \text{ eller } z_3 = -2i$$

b) Lös ekvationen och svara på formen $a + bi$

$$z^2 + (6 + 2i)z - 28 + 6i = 0$$

$$\text{Svar: } z = -3 - i \pm 6$$

c) Förenkla uttrycket så långt som möjligt

$$\left(\frac{e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2i} \right)^2 - \left(\frac{e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2} \right)^2$$

$$\text{Svar: } 0$$

3 p

6. Lös ekvationen och svara på formen $a + bi$

$$z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 2z + 5 = 0$$

$$\text{Svar: } z = \pm i \text{ eller } z = 1 \pm 2i$$

3 p