

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2015

Kurskod: TNIU19
Examination: TEN1
Max: 18 p
Betyg 5: ≥ 15 p
Betyg 4: ≥ 12 p och minst 3 p på respektive Del I–III
Betyg 3: ≥ 9 p och minst 2 p på respektive Del I–III
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR1–KTR3
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Inga
Skrivtid: 2016-08-23, kl 08:00–13:00

Del I

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

Svar: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 1$ eller $x_4 = -1$

- b) Lös olikheten

$$\frac{x^2 - 8x + 12}{x + 4} \leq 0$$

Svar: $x \in]-\infty, -4[\cup [2, 6]$

- c) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 15 \\ x - y + z = 4 \\ -3x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

Svar: $x = 1, y = 2$ och $z = 5$

3 p

2. Lös olikheten

$$2|4 - x| - |x + 1| > 4$$

Svar: $x \in]-\infty, 1[\cup]13, \infty[$

3 p

Del II

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a) $\sin^2 x = \cos^2 x$

Svar: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$ då $n \in \mathbb{Z}$

b) $\lg(-5x) = \lg 4 + 3$

Svar: $x = -800$

c) $\sin 2x(1 - \cos 3x) = 0$

Svar: $x = \frac{n\pi}{2}$ eller $x = \frac{n2\pi}{3}$ då $n \in \mathbb{Z}$

3 p

4. Låt $y = f(x) = e^x + 3$.

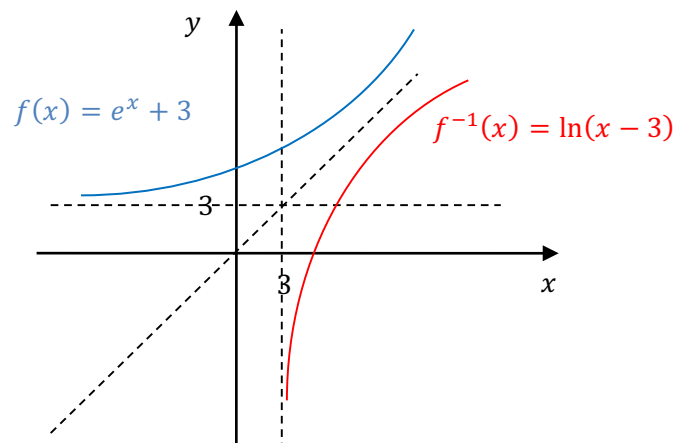
- a) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

Svar: $D_f =]-\infty, \infty[$ och $V_f =]3, \infty[$

- b) Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ och ange dess definitionsmängd och värdemängd.

Svar: $f^{-1}(x) = \ln(x - 3)$, $D_{f^{-1}} =]3, \infty[$ och $V_{f^{-1}} =]-\infty, \infty[$

- c) Skissa kurvorna till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem.



3 p

Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Bestäm z^6 om $z = 1 + \sqrt{3}i$

Svar: $z^6 = 64$

b) Lös ekvationen $iz^2 = \frac{16}{i}$

Svar: $z = \pm 4i$

c) Lös ekvationen $3z^2 = -27i$ och svara på formen $a + bi$ (rektangulär form).

Svar: $z = \mp \frac{3}{\sqrt{2}} \pm \frac{3}{\sqrt{2}}i$

3 p

6. Lös ekvationen $|z + 9| = 3|z + 1|$

Svar: En cirkel med $r = 3$ och centrum i origo ty $x^2 + y^2 = 9$

3 p