

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2019

Utbildningskod:	TNIU19
Modul:	TEN2
Max:	18 p
Betyg 3:	Minst 9 p och samtidigt minst 2 p per avsnitt I-III
Betyg 4:	Minst 12 och samtidigt minst 3 p per avsnitt I-III
Betyg 5:	Minst 15 p
Att tänka på:	Fullständiga lösningar/resonemang och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, passare och gradskiva
Skrivtid:	2020-08-25 kl 08:00–13:00
Jour:	Peter Holgersson, 0705-19 99 92

Del I

1. Vid betyg 3 på KTR4 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$$

Svar: Gissade rötter och polynomdivision med tillhörande faktorer ger $x_1 = -1$, $x_2 = 1$,
 $x_3 = 2$ eller $x_4 = 3$

- b) Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ x - y + 2z = 7 \\ -2x + 2y - z = -11 \end{cases}$$

Svar: Successiv elimination ger $x = 10$, $y = 5$ och $z = 1$

- c) Lös olikheten

$$\frac{x^2 + 6x + 8}{x - 3} \geq 0$$

Svar: Faktorisering och teckenstudium ger $x \in [-4, -2] \cup]3, \infty[$

3 p

2. Lös olikheten

$$3|2 - x| + |x + 2| < 8$$

Svar: Studie av tre intervall ger $x \in]0, 3[$

3 p

Del II

3. Vid betyg 3 på KTR5 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a) $\cos x (1 - 2\sin x) = 0$

Svar: $x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$ eller $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ då $n \in \mathbb{Z}$

b) $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$

Svar: $x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$ då $n \in \mathbb{Z}$

c) $\lg(-2x) = 3 - \lg(-5x)$

Svar: $x = -10$

3 p

4. Låt $y = f(x) = \ln(1 - x)$.

a) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

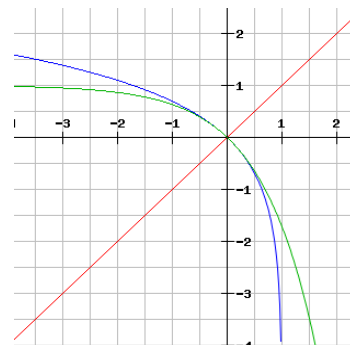
Svar: $D_f \in]-\infty, 1[$ och $V_f \in]-\infty, \infty[$

b) Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ och ange dess definitionsmängd och värdemängd.

Svar: $f^{-1}(x) = 1 - e^x$ $D_{f^{-1}} \in]-\infty, \infty[$ och $V_{f^{-1}} \in]-\infty, 1[$

c) Skissa kurvorna till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem.

Svar: Notera att korrekt skissade grafer tydligt skall begränsas av sina definitionsmängder enligt ovan...



3 p

Del III

5. Vid betyg 3 på KTR6 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Bestäm z^4 om $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

Svar: $z^4 = -16$

b) Lös ekvationen $|z - 4 - 3i| = 2$

Svar: Lösningen motsvarar en cirkel med radien $r = 2$ och centrum i punkten $(4, 3)$ och ekvationen $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$

c) Lös ekvationen $3z^4 = -48$ och svara på formen $a + bi$ (rektangulär form).

Svar: $z_{1,2} = \sqrt{2} \pm \sqrt{2}i$ eller $z_{3,4} = -\sqrt{2} \pm \sqrt{2}i$

3 p

6. Lös ekvationen $z^2 - (4 + 8i)z - 17 + 4i = 0$

Svar: Ersättning med $z = a + bi$ ger $\begin{cases} a^2 - b^2 = 5 \\ 2ab = 12 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases}$, detta genom studie av realdel, imaginärdel och absolutbelopp hos höger- och vänsterled. Insättning av $a = \pm 3$ och $b = \pm 2$ ger därefter $z_1 = 5 + 6i$ eller $z_2 = -1 + 2i$

3 p