

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2020

Utbildningskod:	TNIU19
Modul:	TEN2
Max:	18 p
Betyg 3:	Minst 9 p och samtidigt minst 2 p per avsnitt I-III
Betyg 4:	Minst 12 och samtidigt minst 3 p per avsnitt I-III
Betyg 5:	Minst 15 p
Att tänka på:	Fullständiga lösningar/resonemang och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, kurvmall, passare och gradskiva
Skrivtid:	2021-08-24 kl 08:00–13:00
Jour:	Peter Holgersson, 0705-19 99 92

Del I

1. Vid betyg 3 på KTR4 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" i stället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a. Lös ekvationen

$$|x - 3| - |x - 5| = 0$$

Ledning: Trea fall studeras och svaret $x = 4$ är det enda korrekta.

- b. Dela upp i partialbråk

$$\frac{15x + 43}{x^2 + 6x + 5}$$

Ledning: Korrekt ansats, liknämnhet och ekvationssystem ger svaret $\frac{7}{x+1} + \frac{8}{x+5}$

- c. Utveckla uttrycket och förenkla så långt som möjligt

$$(x - 1)^6$$

Ledning: Binomialutveckling ger det utvecklade polynomet

$$x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$$

2. Lös olikheten

$$\frac{x^2 - 9x + 14}{x - 2} \leq 0$$

Ledning: Faktorisering och teckenstudie ger svaret $x \in]-\infty, 2[\cup]2, 7]$

3 p

Del II

3. Vid betyg 3 på KTR5 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" i stället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a. Bestäm $\tan \frac{4\pi}{3}$ med hjälp av triangel i enhetscirkeln.

Ledning: Enhetscirkeln samt kovoten av sinus och cosinus ger svaret $\sqrt{3}$

b. Lös ekvationen

$$\ln x + \ln 4x = 2 \ln 8$$

Ledning: Logaritmlagar ger svaret $x = 4$ och notera att $x = -4$ måste förkastas.

c. Lös ekvationen

$$\sin^2 x + 5 \sin x + 4 = 0$$

Ledning: Substitution och faktorisering ger svaren $x = \frac{3\pi}{2} + n2\pi$

3 p

4. Låt $f(x) = x^2 + 4$ och $g(x) = \sqrt{x - 4}$.

a) Bestäm den sammansatta funktionen $y = f(g(x))$ med tillhörande definitionsmängd.

Ledning: Insättning av den inre funktionen i den yttre samt hänsyn till ursprungliga funktioners definitionsmängder ger $f(g(x)) = x$ för $x \geq 4$

b) Bestäm den sammansatta funktionen $y = g(f(x))$ med tillhörande definitionsmängd.

Ledning: Insättning av den inre funktionen i den yttre samt hänsyn till ursprungliga funktioners definitionsmängder ger: $g(f(x)) = |x|$ för $x \in \mathbb{R}$

3 p

Del III

5. Vid betyg 3 på KTR6 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" i stället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a. Lös ekvationen

$$iz^2 = 9$$

Ledning: Division med i och förlängning med konjugat ger svaren $z = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} \mp \frac{3}{\sqrt{2}}i$

- b. Förenkla uttrycket så långt som möjligt och svara på formen $a + bi$

$$\frac{1+i}{1-i} + \frac{e^{i\pi} + e^{-i\pi}}{2}$$

Ledning: Förlängning med konjugat och Eulers formel ger svaret $-1 + i$

- c. Lös ekvationen

$$2z + \bar{z} = 12 + 6i$$

Ledning: Ansats $z = a + bi$ samt motsvarande konjugat ger svaret $z = 4 + 6i$

3 p

6. Ekvationen nedan har fyra icke-reella rötter. Lös ekvationen.

$$z^4 + 2z^3 + 3z^2 + 2z + 2 = 0$$

Ledning: Gissning av rötter och polynomdivision med tillhörande faktorer ger svaren $z = \pm i$ eller $z = -1 \pm i$

3 p