

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2021

Utbildningskod:	TNIU19
Modul:	TEN2
Max:	18 p
Betyg 3:	Minst 9 p och samtidigt minst 2 p per avsnitt I-III
Betyg 4:	Minst 12 och samtidigt minst 3 p per avsnitt I-III
Betyg 5:	Minst 15 p
Att tänka på:	Fullständiga lösningar/resonemang och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, kurvmall, passare och gradskiva
Skrivtid:	2021-08-23 kl 08:00–13:00
Jour:	Peter Holgersson, 0705-19 99 92

Del I

1. Vid betyg G på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$x^4 - 16x^2 - 225 = 0$$

Svar: $x = \pm 5$

- b) Partialbråksuppdelning

$$\frac{5x + 3}{x^3 - x^2}$$

Svar: $-\frac{8}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{8}{x-1}$

- c) Bestäm det rationella tal som har decimalutvecklingen

$$0.2161616 \dots = 0.2\overline{16}$$

Svar: $\frac{214}{990} = \frac{107}{495}$

3 p

2. Lös olikheten

$$|x^2 - 4x| \leq 4 - x$$

Svar: Faktorisering av tre fall och teckenstudium ger $x \in [-1, 1] \cup x = 4$

3 p

Del II

3. Vid betyg G på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$\sin 2x (1 - \cos 3x) = 0$$

Nollställning av respektive faktor ger $x = \frac{n\pi}{2}$ eller $x = \frac{n2\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$

b) Förenkla uttrycket

$$\sin(\arctan 2x)$$

Hjälptriangel ger $\frac{2x}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) Bestäm värdemängden för

$$f(x) = \sqrt{12 + 4x - x^2}$$

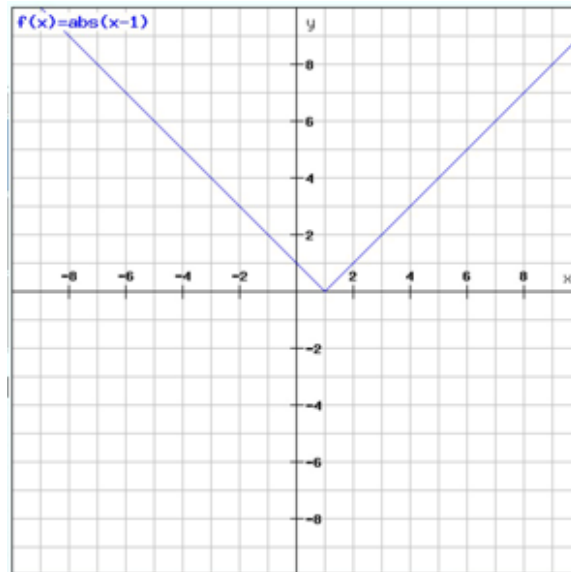
Kvadratkomplettering av andragradspolynomet under rottecknet ger $V_f = [0, 4]$

3 p

4. Låt $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ och $g(x) = x - 3$

Bestäm den sammansatta funktionen $f(g(x))$ med tillhörande definitionsmängd och värdemängd samt skissa dess graf.

Svar: $f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x - 1)^2} = |x - 1|$
Med $D_f =]-\infty, \infty[$ och $V_f = [0, \infty[$



3 p

Del III

5. Vid betyg G på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|z + 8i| = 2|z + 2i|$$

Svar: Genom att välja $z = x + iy$ får man $x^2 + y^2 = 16$ som motsvarar en cirkel i det komplexa talplanet med centrum i origo och radien $r = 4$

- b) Lös ekvationen och svara på formen $a + bi$

$$2iz^3 = \frac{16}{i}$$

Svar: De Moivres formel ger $z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}i$ eller $z_3 = -2$

- c) Markera i det komplexa talplanet

$$\operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z) + 2$$

Svar: Genom att välja $z = x + iy$ får man $y > x - 2$ vilket motsvarar området ovanför linjen $y = x - 2$

3 p

6. Lös ekvationen och svara på formen $a + bi$

$$z^4 - 2z^3 + 9z^2 - 8z + 20 = 0$$

Svar: Rotgissning och polynomdivision ger $z = \pm 2i$ eller $z = 1 \pm 2i$

3 p